

Circuiti in regime sinusoidale

FUNZIONI SINUSOIDALI

$$a(t) = A_M \cos(\omega t + \alpha)$$

A_M = ampiezza

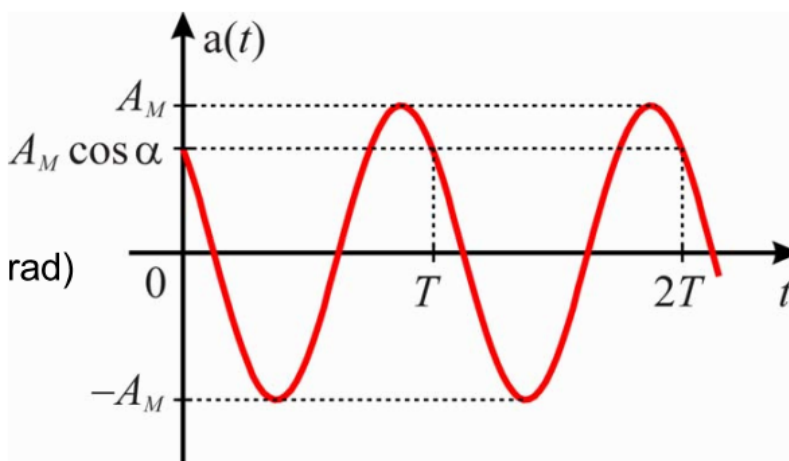
α = fase iniziale (radianti, rad)

$$(-\pi < \alpha \leq \pi)$$

ω = pulsazione (rad/s)

f = frequenza (hertz, Hz)

T = periodo (secondi, s)



$$f = \frac{1}{T} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$



TECNOLOGIE ELETTRICO-ELETTRONICHE ED APPLICAZIONI

prof. Luca Palamaro

REGIMI SINUSOIDALI

Regime sinusoidale: condizione di funzionamento di un circuito nella quale tutte le tensioni e le correnti sono funzioni sinusoidali del tempo aventi la stessa pulsazione ω

Fissata la pulsazione, una funzione sinusoidale è definita da due parametri:

- ◆ **Ampiezza**
- ◆ **Fase (angolo tra il vettore ed il semiasse positivo dei numeri reali).**

Poiché i vettori che rappresentano le grandezze sinusoidali, e poiché questi ruotano tutti alla stessa velocità, possiamo immaginarli “fermi”, così da evitare la rappresentazione in funzione del tempo di queste grandezze, ma invece si usa il **metodo simbolico.**

- ◆ Ad ogni funzione sinusoidale di pulsazione ω

$$a(t) = A_M \cos(\omega t + \alpha)$$

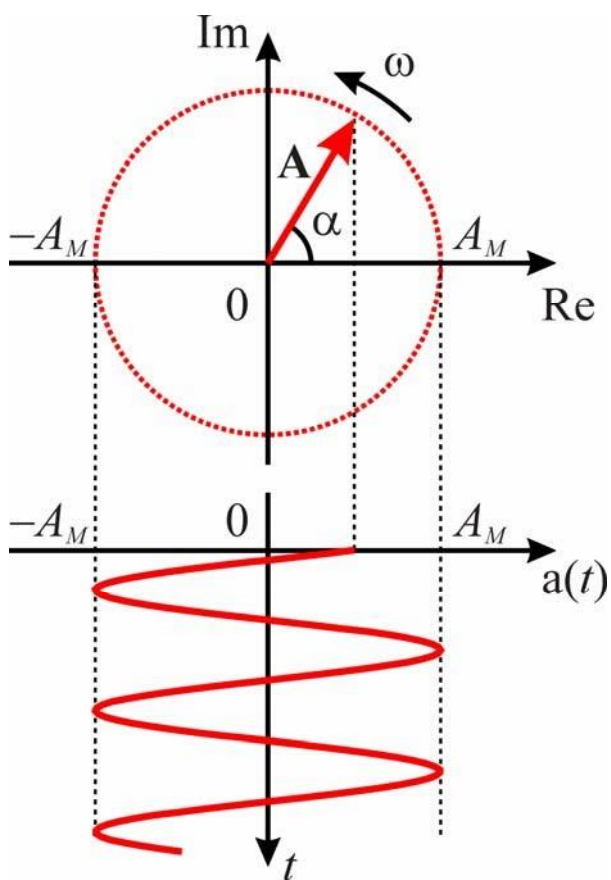
si associa un numero complesso \mathbf{A} avente

- modulo A_M (= ampiezza della funzione sinusoidale)
- argomento α (= fase della funzione sinusoidale)

$$\mathbf{A} = \mathcal{S}\{a(t)\} = A_M e^{j\alpha} = A_M (\cos \alpha + j \sin \alpha)$$

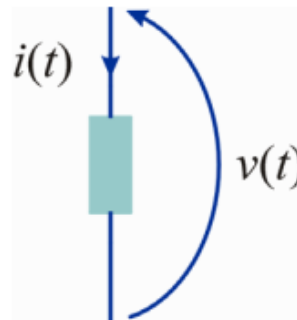
- ◆ \mathbf{A} = **fasore** o **numero complesso rappresentativo** di $a(t)$

INTERPRETAZIONE GEOMETRICA



GUARDARE ANCHE LE IMMAGINI ANIMATE SUL SEGUENTE SITO:

BIPOLI (IMPEDENZE) IN REGIME SINUSOIDALE



- Condizioni di regime sinusoidale
- Tensione e corrente orientate secondo la convenzione dell'utilizzatore:

$$v(t) = V_M \cos(\omega t + \varphi_V)$$

$$i(t) = I_M \cos(\omega t + \varphi_I)$$

- **Sfasamento fra tensione e corrente:** $\varphi = \varphi_V - \varphi_I$



Unione Europea

FONDI STRUTTURALI EUROPEI **pon** 2014-2020
PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)



MIUR

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la programmazione e la Gestione delle
Risorse Umane, Finanziarie e Strumentali
Direzione Generale per interventi in materia di Edilizia
Scuolastica per la gestione dei Fondi Strutturali per
l'Istruzione e per l'Innovazione Digitale
Ufficio IV



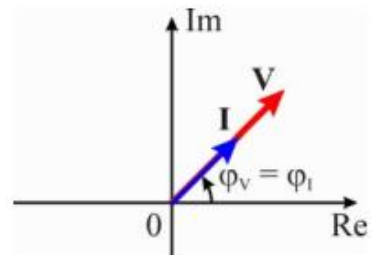
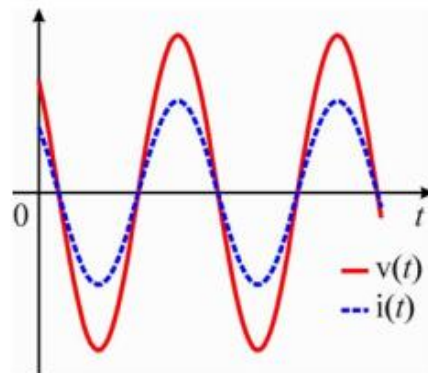
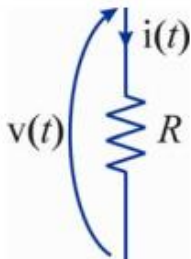
" *Manutenzione e Assistenza Tecnica - Grafico Pubblicitario* "
I.P. "Guglielmo Marconi"
di Prato

TECNOLOGIE ELETTRICO-ELETTRONICHE ED APPLICAZIONI

prof. Luca Palamaro

RESISTORE in regime sinusoidale

$$\begin{aligned} v(t) &= R i(t) = R I_M \cos(\omega t + \varphi_I) & \mathbf{V} &= R \mathbf{I} \\ i(t) &= G v(t) = G V_M \cos(\omega t + \varphi_V) & \mathbf{I} &= G \mathbf{V} \end{aligned} \quad \Rightarrow$$



$$V_M = R I_M$$

$\varphi_V = \varphi_I \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow$ la tensione e la corrente sono **in fase**



Unione Europea

FONDI STRUTTURALI EUROPEI **pon** 2014-2020
PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)



MIUR

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la programmazione e la Gestione delle Risorse Umane, Finanziarie e Strutturali
Direzione Generale per interventi in materia di Edilizia Scolastica per la gestione dei Fondi Strutturali per l'Istruzione e per l'Innovazione Digitale
Ufficio IV



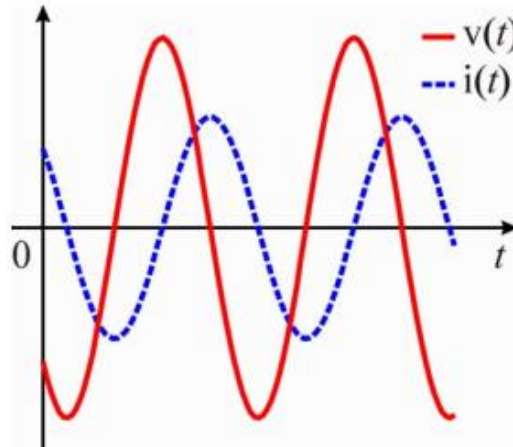
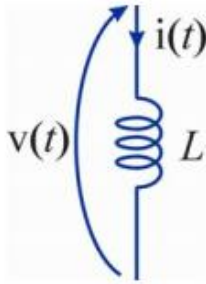
"Manutenzione e Assistenza Tecnica - Grafico Pubblicitario"
I.P. "Guglielmo Marconi"
di Prato



TECNOLOGIE ELETTRICO-ELETTRONICHE ED APPLICAZIONI

prof. Luca Palamaro

INDUTTORE in regime sinusoidale



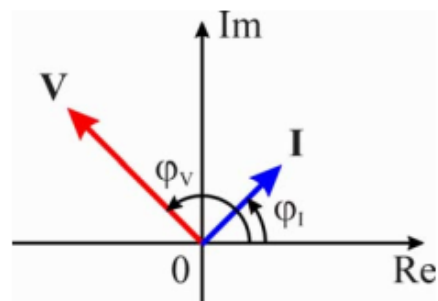
$$V_M = \omega L I_M$$

$$\varphi_V = \varphi_I + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{la corrente è in quadratura in ritardo rispetto alla tensione}$$

INDUTTORE: Relazione tra fasori V ed I

$$\mathbf{V} = j\omega L \mathbf{I} = jX_L \mathbf{I}$$

$$\mathbf{I} = -j \frac{1}{\omega L} \mathbf{V} = jB_L \mathbf{V}$$



Reattanza: $X_L = \omega L$

Suscettanza: $B_L = -\frac{1}{\omega L} = -\frac{1}{X_L}$

NOTA: IL SEGNO NEGATIVO NEL CALCOLO DELLA CORRENTE VIENE perché j NELLA FORMULA DOVREBBE ESSERE A DENOMINATORE ($I=V/j\omega L$), MOLTIPLICANDO E DIVIDENDO PER j DIVENTA $I=JV/j^2\omega L$, ma $j^2=-1$



Unione Europea

FONDI STRUTTURALI EUROPEI **pon** 2014-2020
PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)



MIUR

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la programmazione e la Gestione delle Risorse Umane, Finanziarie e Strutturali
Direzione Generale per interventi in materia di Edilizia Scolastica per la gestione dei Fondi Strutturali per l'Istruzione e per l'Innovazione Digitale
Ufficio IV



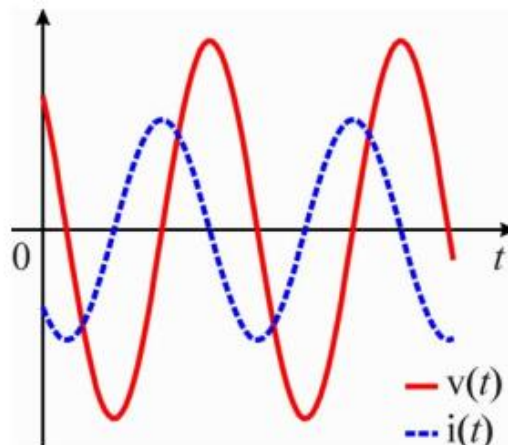
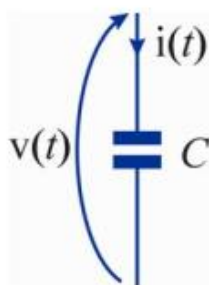
"Manutenzione e Assistenza Tecnica - Grafico Pubblicitario"
I.P. "Guglielmo Marconi"
di Prato



TECNOLOGIE ELETTRICO-ELETTRONICHE ED APPLICAZIONI

prof. Luca Palamaro

CONDENSATORE in regime sinusoidale



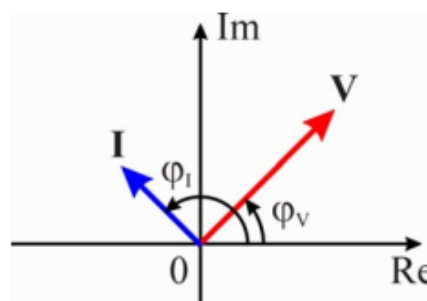
$$I_M = \omega C V_M$$

$$\varphi_V = \varphi_I - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow \text{la corrente è in quadratura in anticipo rispetto alla tensione}$$

CONDENSATORE: Relazione tra fasori V ed I

$$\mathbf{I} = j\omega C \mathbf{V} = jB_C \mathbf{V}$$

$$\mathbf{V} = -j \frac{1}{\omega C} \mathbf{I} = jX_C \mathbf{I}$$



Suscettanza: $B_C = \omega C$

Reattanza: $X_C = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{1}{B_C}$

NOTA: IL SEGNO NEGATIVO NEL CALCOLO DELLA tensione VIENE PERCHÉ j NELLA FORMULA DOVREBBE ESSERE A DENOMINATORE ($V=I/j\omega C$), MOLTIPLICANDO E DIVIDENDO PER j DIVENTA $V=I/j^2\omega C$, ma $j^2=-1$



Unione Europea

FONDI STRUTTURALI EUROPEI **pon** 2014-2020
PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)



MIUR

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la programmazione e la Gestione delle
Risorse Umane, Finanziarie e Strumentali
Direzione Generale per interventi in materia di Edilizia
Scuolastica per la gestione dei Fondi Strutturali per
l'Istruzione e per l'Innovazione Digitale
Ufficio IV



"Manutenzione e Assistenza Tecnica - Grafico Pubblicitario"
I.P. "Guglielmo Marconi"
di Prato



TECNOLOGIE ELETTRICO-ELETTRONICHE ED APPLICAZIONI

prof. Luca Palamaro

IMPEDENZA ED AMMETTENZA

Le relazioni tra i fasori della tensione e della corrente per il resistore, l'induttore e il condensatore sono casi particolari delle equazioni

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I} \quad \mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{V}$$

| Componente | Z | Y |
|--------------|-------------------------|-------------------------|
| Resistore | R | G |
| Induttore | $j\omega L$ | $-j \frac{1}{\omega L}$ |
| Condensatore | $-j \frac{1}{\omega C}$ | $j\omega C$ |

Per un bipolo lineare non contenente generatori si definisce **impedenza** il rapporto

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} \quad \text{QUESTA È L'APPLICAZIONE DELLA LEGGE DI OHM IN CORRENTE CONTINUA.}$$

$$\mathbf{Z} = R + jX \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} R = \text{resistenza} \\ X = \text{reattanza} \end{array} \quad (\text{unità di misura ohm})$$

Il modulo dell'impedenza è uguale al rapporto tra le ampiezze della tensione e della corrente

$$|\mathbf{Z}| = \frac{V_M}{I_M}$$

L'argomento dell'impedenza è uguale allo sfasamento tra la tensione e la corrente

$$\arg(\mathbf{Z}) = \varphi = \varphi_V - \varphi_I$$

$\varphi > 0 \rightarrow$ corrente in ritardo sulla tensione
 $\varphi < 0 \rightarrow$ corrente in anticipo sulla tensione



Unione Europea

FONDI STRUTTURALI EUROPEI **pon** 2014-2020
PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)



MIUR

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la programmazione e la Gestione delle Risorse Umane, Finanziarie e Strutturali
Direzione Generale per interventi in materia di Edilizia Scolastica per la gestione dei Fondi Strutturali per l'Istruzione e per l'Innovazione Digitale
Ufficio IV



I.I.T. "Guglielmo Marconi" di Prato
Manutenzione e Assistenza Tecnica - Grafico Pubblicitario



TECNOLOGIE ELETTRICO-ELETTRONICHE ED APPLICAZIONI

prof. Luca Palamaro

ESEMPIO: IMPEDENZA R-L SERIE

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_{RS} + \mathbf{V}_{LS} = (R_S + j\omega L_S) \mathbf{I}$$

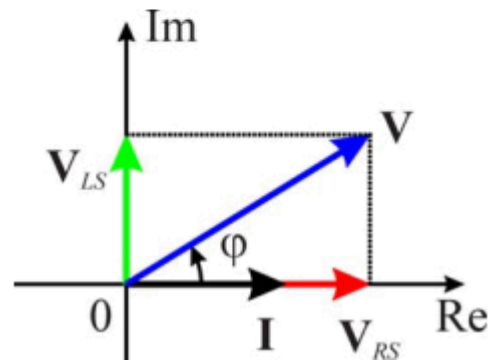
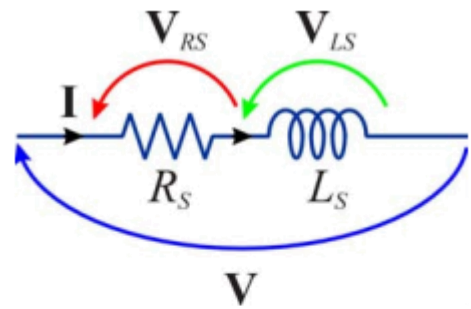
$$\mathbf{Z} = R_S + j\omega L_S \Rightarrow \begin{cases} R = R_S \\ X = \omega L_S \end{cases}$$

$$|\mathbf{Z}| = \sqrt{R_S^2 + (\omega L_S)^2}$$

$$\varphi = \arg(\mathbf{Z}) = \arctg\left(\frac{\omega L_S}{R_S}\right)$$

$$R_S > 0, L_S > 0 \Rightarrow 0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$$

LA CORRENTE \mathbf{I} È IN RITARDO RISPETTO ALLA TENSIONE





Unione Europea

FONDI STRUTTURALI EUROPEI **pon** 2014-2020
PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la programmazione e la Gestione delle Risorse Umane, Finanziarie e Strumentali
Direzione Generale per interventi in materia di Edilizia Scolastica per la gestione dei Fondi Strutturali per l'Istruzione e per l'Innovazione Digitale
Ufficio IV

MIUR



" *Manutenzione e Assistenza Tecnica - Grafico Pubblicitario* " **I.I.T. "Guglielmo Marconi"**
di Prato



TECNOLOGIE ELETTRICO-ELETTRONICHE ED APPLICAZIONI

prof. Luca Palamaro

ESEMPIO: IMPEDENZA R-L PARALLELO

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{RP} + \mathbf{I}_{RL} = \left(\frac{1}{R_p} - j \frac{1}{\omega L_p} \right) \mathbf{V}$$

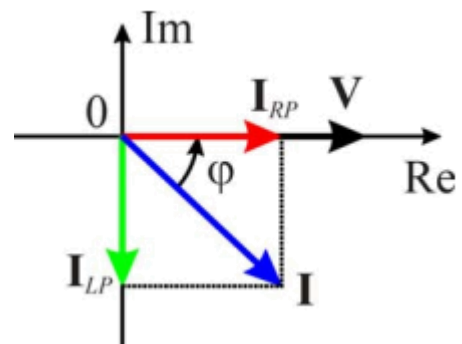
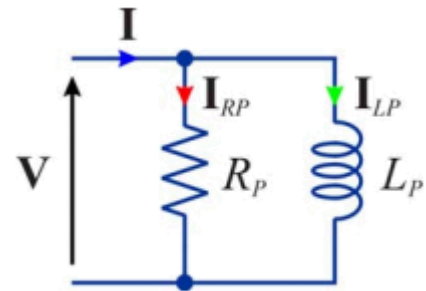
$$\mathbf{Z} = \frac{1}{\mathbf{Y}} = \frac{\omega^2 R_p L_p^2}{R_p^2 + (\omega L_p)^2} + j \frac{\omega R_p L_p}{R_p^2 + (\omega L_p)^2}$$

$$|\mathbf{Z}| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_p^2} + \frac{1}{(\omega L_p)^2}}}$$

$$\varphi = \arg(\mathbf{Z}) = \arctg\left(\frac{R_p}{\omega L_p}\right)$$

$$R_p > 0, L_p > 0 \Rightarrow 0 < \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

LA CORRENTE \mathbf{I} È IN RITARDO RISPETTO ALLA TENSIONE





Unione Europea

FONDI STRUTTURALI EUROPEI **pon** 2014-2020
PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)



Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la programmazione e la Gestione delle Risorse Umane, Finanziarie e Strumentali
Direzione Generale per interventi in materia di Edilizia Scolastica per la gestione dei Fondi Strutturali per l'Istruzione e per l'Innovazione Digitale
Ufficio IV

MIUR



"Manutenzione e Assistenza Tecnica - Grafico Pubblicitario"
I.I.T. "Guglielmo Marconi"
di Prato



TECNOLOGIE ELETTRICO-ELETTRONICHE ED APPLICAZIONI

prof. Luca Palamaro

ESEMPIO: IMPEDENZA R-C SERIE

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_{RS} + \mathbf{V}_{CS} = \left(R_S - j \frac{1}{\omega C_S} \right) \mathbf{I}$$

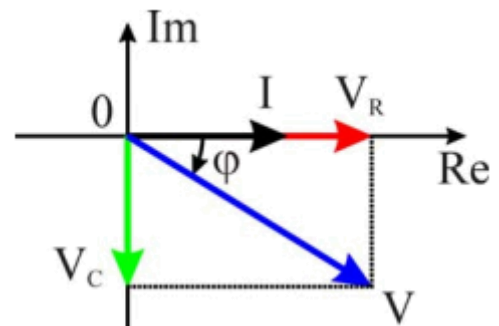
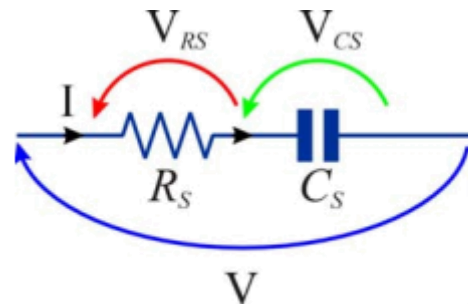
$$\mathbf{Z} = R_S - j \frac{1}{\omega C_S} \Rightarrow \begin{cases} R = R_S \\ X = -\frac{1}{\omega C_S} \end{cases}$$

$$|\mathbf{Z}| = \sqrt{R_S^2 + \frac{1}{(\omega C_S)^2}}$$

$$\varphi = \arg(\mathbf{Z}) = -\arctg\left(\frac{1}{\omega R_S C_S}\right)$$

$$R_C > 0, L_C > 0 \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < 0$$

LA CORRENTE \mathbf{I} È IN ANTICIPO RISPETTO ALLA TENSIONE





Unione Europea

FONDI STRUTTURALI EUROPEI **pon** 2014-2020
PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)



MIUR

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la programmazione e la Gestione delle
Risorse Umane, Finanziarie e Strumentali
Direzione Generale per interventi in materia di Edilizia
Scuolastica per la gestione dei Fondi Strutturali per
l'Istruzione e per l'Innovazione Digitale
Ufficio IV



"Manutenzione e Assistenza Tecnica - Grafico Pubblicitario"
I.P. "Guglielmo Marconi"
di Prato



TECNOLOGIE ELETTRICO-ELETTRONICHE ED APPLICAZIONI

prof. Luca Palamaro

ESEMPIO: IMPEDENZA R-C PARALLELO

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{RP} + \mathbf{I}_{CP} = \left(\frac{1}{R_p} + j\omega C_p \right) \mathbf{V}$$

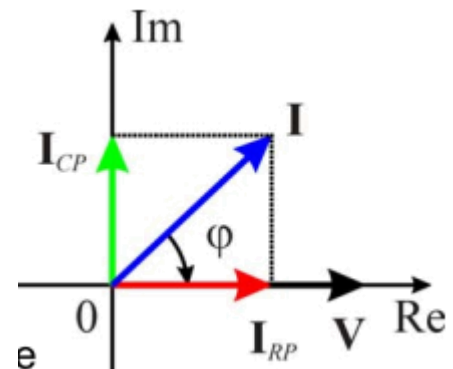
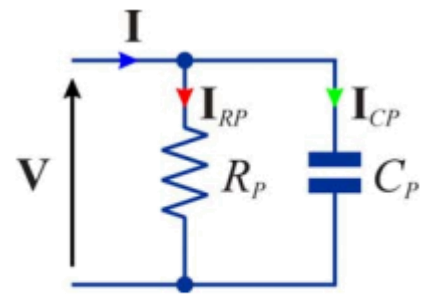
$$\mathbf{Z} = \frac{1}{\mathbf{Y}} = \frac{R_p}{1 + (\omega R_p C_p)^2} - j \frac{\omega R_p^2 C_p}{1 + (\omega R_p C_p)^2}$$

$$|\mathbf{Z}| = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R_p^2} + (\omega C_p)^2}}$$

$$\varphi = \arg(\mathbf{Z}) = -\arctg(\omega R_p C_p)$$

$$R_c > 0, L_c > 0 \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \varphi \leq 0$$

LA CORRENTE \mathbf{I} È IN ANTICIPO RISPETTO ALLA TENSIONE





Unione Europea

FONDI STRUTTURALI EUROPEI

pon 2014-2020

PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)



MIUR

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la programmazione e la Gestione delle Risorse Umane, Finanziarie e Strumentali
Direzione Generale per interventi in materia di Edilizia Scolastica per la gestione dei Fondi Strutturali per l'Istruzione e per l'Innovazione Digitale
Ufficio IV



MARCONI
I.I.T. U.S. GUGLIELMO MARCONI

Manutenzione e Assistenza Tecnica - Grafico Pubblicitario

I.I.T. "Guglielmo Marconi"
di Prato



MARCONI
I.I.T. U.S. GUGLIELMO MARCONI

TECNOLOGIE ELETTRICO-ELETTRONICHE ED APPLICAZIONI

prof. Luca Palamaro

ANALISI DI CIRCUITI IN REGIME SINUSOIDALE

Dagli esempi nelle pagine precedenti, dovrete aver riconosciuto metodi risolutivi dei circuiti che già abbiamo utilizzato (ad esempio la legge di Ohm, oppure la legge di Kirchhoff ai nodi negli esempi di bipoli in parallelo).

Infatti possiamo sfruttare le competenze che avete acquisito per lo studio dei circuiti in corrente continua.

- Le equazioni di un circuito lineare in regime sinusoidale, scritte in termini di fasori, hanno la stessa forma delle equazioni di un circuito lineare resistivo in regime stazionario
- Le proprietà e metodi di analisi dedotti a partire delle equazioni generali dei circuiti resistivi possono essere estesi ai circuiti in regime sinusoidale con le sostituzioni:
 - ◆ Resistenza ➔ Impedenza
 - ◆ Conduttanza ➔ Ammettenza
 - ◆ Tensione ➔ Fasore della tensione
 - ◆ Corrente ➔ Fasore della corrente
- In particolare si possono estendere ai circuiti in regime sinusoidale
 - ◆ le relazioni di equivalenza riguardanti collegamenti tra resistori o generatori (serie, parallelo, stella-triangolo, formule di Millman ecc.)
 - ◆ i metodi di analisi generali (metodo delle maglie, metodo dei nodi e metodo degli anelli)
 - ◆ il teorema di sovrapposizione
 - ◆ i teoremi di Thévenin e Norton



Unione Europea

FONDI STRUTTURALI EUROPEI **pon** 2014-2020
PER LA SCUOLA - COMPETENZE E AMBIENTI PER L'APPRENDIMENTO (FSE-FESR)



MIUR

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca
Dipartimento per la programmazione e la Gestione delle Risorse Umane, Finanziarie e Strumentali
Direzione Generale per interventi in materia di Edilizia Scolastica per la gestione dei Fondi Strutturali per l'Istruzione e per l'Innovazione Digitale
Ufficio IV



I.I.T. "Guglielmo Marconi" di Prato
Manutenzione e Assistenza Tecnica - Grafico Pubblicitario



TECNOLOGIE ELETTRICO-ELETTRONICHE ED APPLICAZIONI

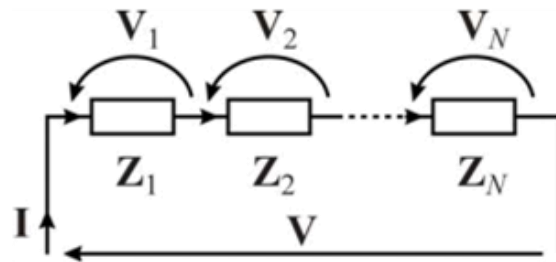
prof. Luca Palamaro

IMPEDENZE IN SERIE ED IN PARALLELO

NOTA: DISPENSA DEDICATA CON ESEMPI DISPONIBILE

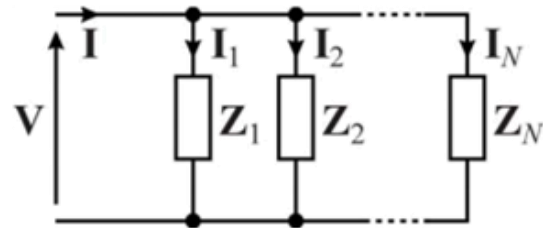
Impedenze in serie

$$\begin{aligned}
 V &= \sum_{k=1}^N V_k & \Rightarrow & \quad V = Z_S I \\
 I_k &= I & & \quad Z_S = \sum_{k=1}^N Z_K \\
 V_k &= Z_k I_k & &
 \end{aligned}$$



Impedenze in parallelo

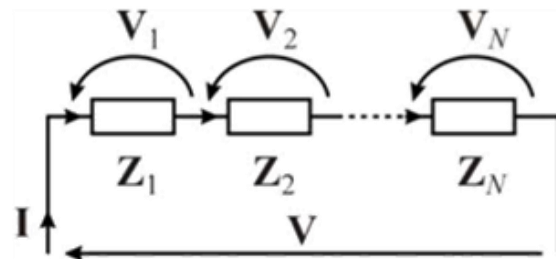
$$\begin{aligned}
 I &= \sum_{k=1}^N I_k & \Rightarrow & \quad I = Y_P V \\
 V_k &= V & & \quad Y_P = \sum_{k=1}^N Y_K \\
 I_k &= Y_k V_k & & \quad Z_P = \frac{1}{Y_P} = \frac{1}{\sum_{k=1}^N \frac{1}{Z_k}}
 \end{aligned}$$



PARTITORE DI TENSIONE E DI CORRENTE

Partitore di tensione

$$V_j = V \frac{Z_j}{\sum_{k=1}^N Z_k}$$



Partitore di corrente

$$I_j = I \frac{Y_j}{\sum_{k=1}^N Y_k}$$

