

ESERCIZIO GUIDA:

$$y = \frac{2x-1}{x^2-5x+6}$$

1° DOMINIO: $x^2-5x+6 \neq 0$
 $\Delta = b^2-4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$
 $a=1$
 $b=-5$
 $c=6$
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm 1}{2} \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$

$$\rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{2, 3\}$$

2° ASINTOTI ORIZZONTALI:
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{x^2-5x+6} = 0 \rightarrow y=0$ asintoto orizzontale

ASINTOTI VERTICALI:
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-1}{x^2-5x+6} = \frac{2 \cdot 2 - 1}{2^2 - 5 \cdot 2 + 6} = \frac{3}{0} = \infty \rightarrow x=2$
 $\uparrow$
 asintoti verticali

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-1}{x^2-5x+6} = \frac{5}{0} = \infty \rightarrow x=3$
 $\downarrow$

3° INTERSEZIONI ASSI CARTESIANI:

ASSE Y:

ASSE X:
 $\begin{cases} y=0 \\ \frac{2x-1}{x^2-5x+6} = 0 \rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} x=0 \\ y = \frac{2 \cdot 0 - 1}{0 - 0 + 6} = -\frac{1}{6} \end{cases}$

$P_2(0, -\frac{1}{6})$

$P_1(\frac{1}{2}, 0)$

4° STUDIO DEL SEGNO:

$$\frac{2x-1}{(x-2)(x-3)} > 0$$

NOTA: SCOMPORRE IL DENOMINATORE CON LA FORMULA $a(x-x_1)(x-x_2)$.
 x_1 e x_2 SONO GIÀ STATI TROVATI AL PUNTO 1°

$$2x-1 > 0 \rightarrow x > \frac{1}{2}$$

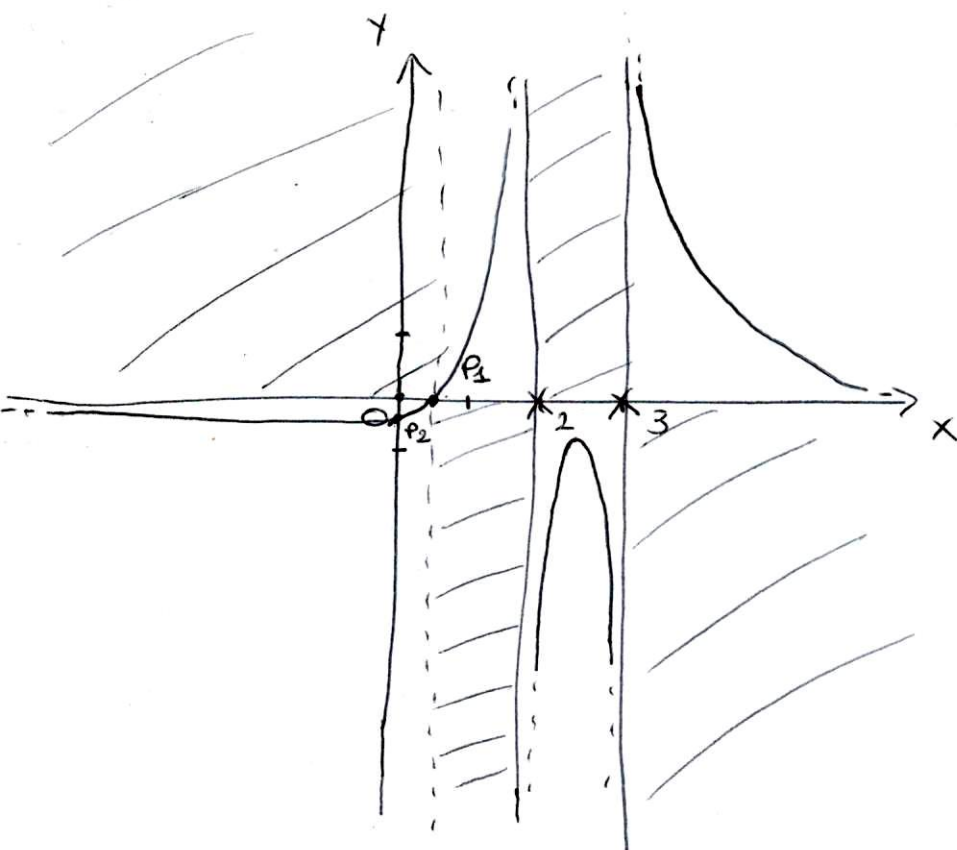
$$x-2 > 0 \rightarrow x > 2$$

$$x-3 > 0 \rightarrow x > 3$$

	$\frac{1}{2}$	2	3	
-	+	+	+	
-	-	+	+	
-	-	-	+	
-	+	-	+	

5°

GRAFICO:



ESERCIZI:

STUDIARE LE SEGUENTI FUNZIONI:

$$① \quad y = \frac{3x-2}{x^2-4x+3}$$

$$② \quad y = \frac{x^2-8x+7}{2x+1}$$

$$③ \quad y = \frac{x^2-5x+6}{x^2-10x+8}$$

FORME INDETERMINATE CHE SI RISOLVONO TRAMITE SCOMPOSIZIONE

17/03

ESERCIZIO GUIDA:

CALCOLARE

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 4 - 4x}$$

SE SOSTITUISCO IL 2 ALLA X:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 4 - 4x} = \frac{2^2 - 2 \cdot 2}{2^2 + 4 - 4 \cdot 2} = \frac{4 - 4}{4 + 4 - 8} = \frac{0}{0} \leftarrow \text{FORMA INDETERMINATA}$$

→ PROVO A SCOMPORRE NUMERATORE E DENOMINATORE E A SEMPLIFICARE:

$$x^2 - 2x = x \cdot (x - 2)$$

RACCOLGO LA X

$$x^2 + 4 - 4x = (x - 2)^2$$

$$A^2 + B^2 - 2AB = (A - B)^2$$

QUADRATO DI BINOMIO

$$A^2 = x^2 \rightarrow A = \sqrt{x^2} = x$$

$$B^2 = 4 \rightarrow B = \sqrt{4} = 2$$

$$2 \cdot A \cdot B = 2 \cdot x \cdot 2 = 4x \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 + 4 - 4x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x \cdot (x - 2)}{(x - 2)^2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x - 2} = \frac{2}{2 - 2} = \frac{2}{0} = \infty$$

TENENDO CONTO DELL'ESEMPIO SVOLTO, CALCOLARE I SEGUENTI LIMITI:

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 1}$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 7x}{x^2 - 8x + 7}$$

PRODOTTI NOTEVOLI:

$$A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$$

$$A^2 + B^2 \pm 2AB = (A \pm B)^2$$

SOLUZIONI LIMITI
(FORME INDETERMINATE CHE SI RISOLVONO
SCOMPONENDO) 20103

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot (x-1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x-1} = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0} = \infty$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2 - 5x + 6}$$

Per scomporre il denominatore:

$$x^2 - 5x + 6$$

$$\begin{aligned} a &= 1 \\ b &= -5 \\ c &= 6 \end{aligned}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm 1}{2} \quad \begin{aligned} 3 &= x_1 \\ 2 &= x_2 \end{aligned}$$

$$\rightarrow x^2 - 5x + 6 = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = (x - 3)(x - 2)$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-3} = \frac{1}{2-3} = \frac{1}{-1} = -1$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x+5)(x-5)}{\cancel{x-5}} = \lim_{x \rightarrow 5} x+5 = 5+5=10$$

$$\textcircled{4} \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 7x}{x^2 - 8x + 7} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x \cdot (x-7)}{(x-7)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x}{x-1} = \frac{7}{7-1} = \frac{7}{6}$$

Scompongo il denominatore

$$x^2 - 8x + 7 = (x-7)(x-1)$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 64 - 28 = 36$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 \pm 6}{2} \quad \begin{aligned} 7 &= x_1 \\ 1 &= x_2 \end{aligned}$$