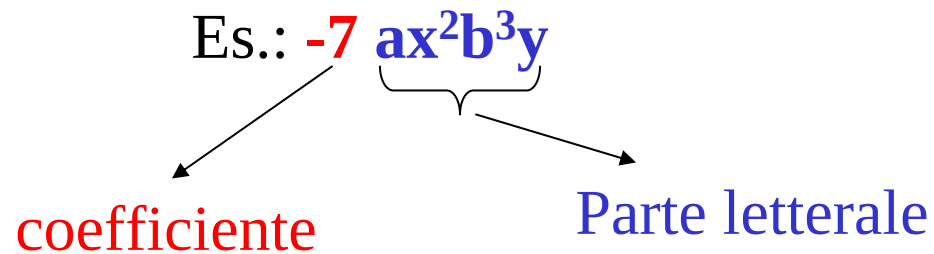


ALGEBRA

Monomio: un'espressione algebrica dove **non** figurano operazioni (e **non** segni) di addizione (+) o sottrazione(-); figurano solo moltiplicazioni e potenze.

In un monomio distinguiamo parte numerica (o **coefficiente**) e parte letterale.



Es.: $-5a^2b^3$ SI

Es.: $-5a^2b^3+2$ NO

Monomi simili: due o più monomi sono simili quando hanno la stessa parte letterale (*compresi gli esponenti*)

In pratica i monomi simili differiscono solo per il coefficiente

Monomi	
$-5a^2b^3 ; -5b^3$	No
$-8a^2b^4 ; -5a^2b^3$	No
$-6a^2b^3 ; 2a^2b^3$	Si
$-7a^3b^2 ; -5a^3b^2$	Si

Operazioni sui monomi

Addizione: ✓ la somma tra monomi si può effettuare solo se i monomi sono simili,
✓ in tal caso basta sommare i coefficienti e riscrivere la stessa parte letterale.

$$\begin{array}{c} \text{1° monomio} \\ \underbrace{-5a^2b^3} \\ \swarrow \quad \searrow \\ \text{coefficiente} \quad \text{Parte letterale} \end{array} + \begin{array}{c} \text{2° monomio} \\ \underbrace{3b^3} \\ \downarrow \quad \searrow \\ \text{coefficiente} \quad \text{Parte letterale} \end{array} = \text{non si può effettuare}$$

$$\begin{array}{c} \text{Somma dei} \\ \text{coefficienti} \\ \uparrow \\ -5 \quad b^3 + 3 \quad b^3 = -2 \quad b^3 \end{array} \begin{array}{c} \text{La parte} \\ \text{letterale si} \\ \text{riscrive} \\ \rightarrow \end{array}$$

Prodotto: il prodotto tra monomi si può effettuare sempre:

✓ basta moltiplicare i coefficienti e le parti letterali

✓. (le lettere comuni si riscrivono sommando gli esponenti, quelle non comuni si riscrivono inalterate)

1° monomio 2° monomio

$$\underbrace{-5a^2b^3}_{\text{coefficiente} \quad \text{Parte letterale}} \cdot \underbrace{3b^3}_{\text{coefficiente} \quad \text{Parte letterale}} = \underbrace{-15a^2b^6}_{\text{Prodotto dei coefficienti} \quad \text{Prodotto delle parti letterali}}$$

Le lettere non comuni si riscrivono inalterate

le lettere comuni si riscrivono sommando gli esponenti

Quoziente: il quoziente tra monomi si può effettuare sempre:

✓ basta fare il quoziente dei coefficienti e delle parti letterali

✓ (le lettere comuni si riscrivono sottraendo gli esponenti, quelle non comuni si riscrivono inalterate)

$$\begin{array}{c} \text{1° monomio} \\ \underbrace{-25a^2b^3c^5x^9y^9}_{\substack{\text{coefficiente} \\ \text{Parte letterale}}} : \underbrace{15b^6c^4x^2}_{\substack{\text{coefficiente} \\ \text{Parte letterale}}} = \underbrace{-5/3}_{\text{Quoziente dei coefficienti}} \underbrace{a^2b^{-3}cx^7y^9}_{\text{Quoziente delle parti letterali}} \end{array}$$

Le lettere non comuni si riscrivono inalterate

le lettere comuni si riscrivono sottraendo gli esponenti

Potenza: La potenza di un monomio si può effettuare sempre:

✓ basta fare la potenza del coefficiente e della parte letterale

✓ (la potenza della parte letterale si effettua facendo la potenza delle singole lettere, ossia moltiplicando i singoli esponenti)

Monomio base della potenza

$$(-2a^2b^3c^5x^9y)^6 = 64 a^{12}b^{18}c^{30}x^{54}y^6$$

coefficiente

Parte letterale

Potenza del coefficiente

Potenza della parte letterale

La potenza delle singole lettere si effettua moltiplicando gli esponenti

Polinomio: È la somma algebrica di più monomi

I polinomi, in base al numero di monomi che li compongono vengono detti:

- binomi: $a+b$
- trinomi: $a+b+c$
- quadrinomi: $a+b+c+d$
-

Es.: $-5a^2b^3$ NO

Es.: $-5a^2b^3+2$ Si: è un binomio

Grado di un polinomio: È dato dal grado massimo dei suoi monomi

Polinomio omogeneo: Quando tutti i suoi monomi hanno lo stesso grado

Polinomio ordinato: Quando i suoi monomi figurano in ordine crescente (decrescente) di grado

Polinomio completo: Quando i suoi monomi figurano con tutti i possibili gradi (dal massimo fino al grado zero)

Polinomi	
$-5a^2b^3+8xy+5b^3$	Grado 5
$-8a^2b^4 -5a^3b^3+5a^6$	Omogeneo di grado 6
$-6a^4+a^3 +a+1$	Ordinato incompleto
$-7a^2+a^3 -5a+2$	Completo non ordinato
$-6a^4+a^3+a^2 +a+1$	Completo ordinato

Operazioni sui polinomi

Addizione: ✓ la somma tra polinomi si effettua sommando i monomi simili

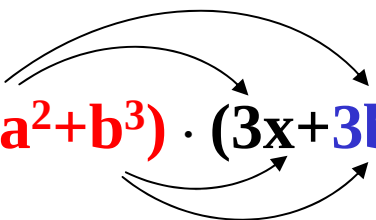
Differenza: ✓ la differenza tra polinomi si effettua togliendo le parentesi, cambiando di segno tutti i monomi del secondo polinomio e quindi sommando i monomi simili.

$$\begin{array}{c} \text{1° polinomio} \qquad \qquad \qquad \text{2° polinomio} \\ \underbrace{(-3a^2 - 5a^2b^3 - 5ab^3 - 5b^3)} + \underbrace{(7a^2b^3 - 5ab^3 + 15a^2 + 3b^3)} = \\ = -3a^2 - 5a^2b^3 - 5ab^3 - 5b^3 + 7a^2b^3 - 5ab^3 + 15a^2 + 3b^3 = \\ = 12a^2 + 2a^2b^3 - 10ab^3 - 2b^3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{1° polinomio} \qquad \qquad \qquad \text{2° polinomio} \\ \underbrace{(-3a^2 - 5a^2b^3 - 5ab^3 - 5b^3)} - \underbrace{(7a^2b^3 - 5ab^3 + 15a^2 + 3b^3)} = \\ = -3a^2 - 5a^2b^3 - 5ab^3 - 5b^3 - 7a^2b^3 + 5ab^3 - 15a^2 - 3b^3 = \\ = -18a^2 + 12a^2b^3 - 8b^3 \end{array}$$

Prodotto: Si moltiplica ciascun monomio del primo polinomio per tutti i monomi del secondo polinomio

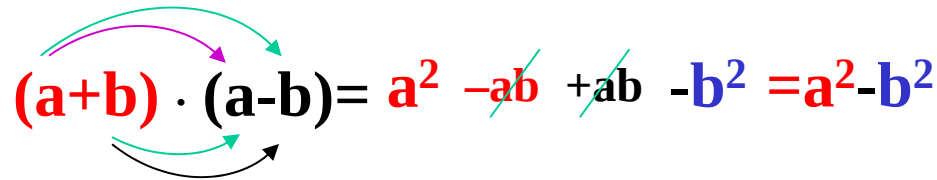
✓ *.(le lettere comuni si riscrivono sommando gli esponenti, quelle non comuni si riscrivono inalterate)*

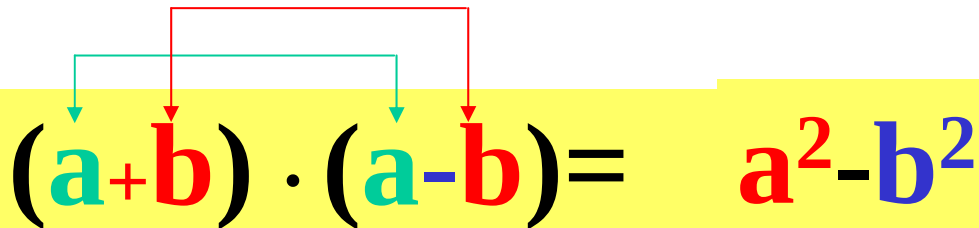

$$(-5a^2 + b^3) \cdot (3x + 3b^3) = -15a^2x - 15a^2b^3 + 3xb^3 + 3b^6$$

Prodotti notevoli:

Somma per differenza di monomi uguali

Si esegue facendo il quadrato del primo monomio meno il quadrato del secondo monomio


$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$

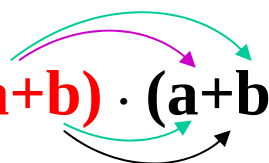

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

✓ la regola del prodotto tra polinomi è sempre valida, ma, come si può osservare nella dimostrazione accanto, i termini misti si elidono, per cui verrà ricordata la regola della somma per differenza di monomi uguali sopra enunciata

Prodotti notevoli:

Quadrato di un binomio

Si esegue facendo il quadrato del primo monomio più il doppio prodotto del primo monomio per il secondo più il quadrato del secondo monomio

$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$


$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

✓ la regola del prodotto tra polinomi è sempre valida, ma, come si può osservare nella dimostrazione accanto, i termini misti si sommano, per cui verrà ricordata la regola del quadrato di un binomio sopra enunciata

Prodotti notevoli:

Cubo di un binomio

Si esegue facendo il cubo del primo monomio più il triplo prodotto del quadrato del primo monomio per il secondo più il triplo prodotto del primo monomio per il quadrato del secondo monomio più il cubo del secondo monomio

$$(a+b)^3 = (a+b)^2(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2) \cdot (a+b) =$$
$$a^3 + a^2b + 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

✓ la regola del prodotto tra polinomi è sempre valida, ma, come si può osservare nella dimostrazione accanto, i termini misti si sommano, per cui verrà ricordata la regola del quadrato di un binomio sopra enunciata

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Prodotti notevoli:

Quadrato di un trinomio

Si esegue facendo il quadrato del primo monomio più il quadrato del secondo monomio più il quadrato del terzo monomio più il doppio prodotto del primo monomio per il secondo più il doppio prodotto del primo monomio per il terzo monomio più il doppio prodotto del secondo monomio per il terzo monomio,

✓ la regola del prodotto tra polinomi è sempre valida, ma, come si può osservare nella dimostrazione accanto, i termini misti si sommano, per cui verrà ricordata la regola del quadrato di un trinomio sopra enunciata

$$(a+b+c)^2 = (a+b+c) \cdot (a+b+c) =$$

$$= a^2 + ab + ac + ab + b^2 + bc + ac + bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI DI POLINOMI